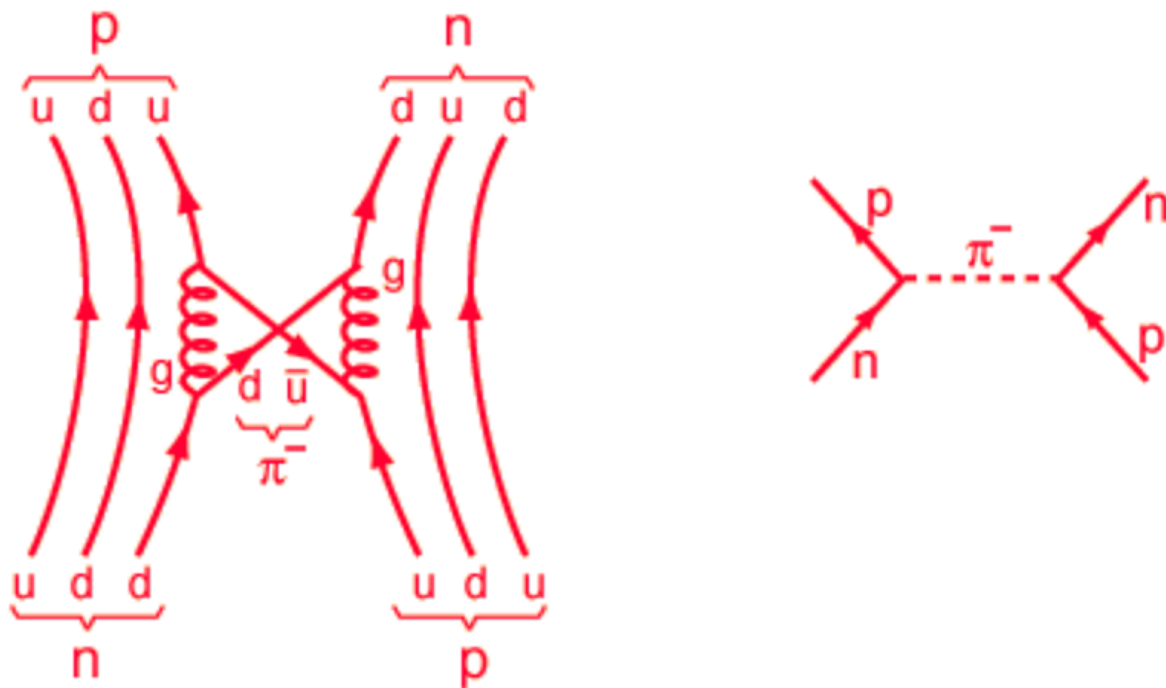


## Symetrie – skąd? Po co? I dlaczego?



Powyżej: pion, czyli odkryty przez Yukawę mezon oddziaływań silnych, którego tak naprawdę... nie ma.

Wykład podjął tropem rozdziału 2 książki L.H. Rydera „Elementary Particles And Symmetries”.

Napisał Marek Pietrachowicz

### 1. O co chodzi w fizyce?

Fizyka zajmuje się podobieństwami oraz różnicami w zachowaniu obserwowanej na świecie nieożywionej materii. Podobieństwa te nazywamy *symetriami*. Symetrie leżą zatem u sedna fizyki.

Symetria oznacza, że pod pewnymi względami jakaś rzecz zachowuje się w przewidywalny sposób i możemy jej przypisać określoną cechę zachowania. Albo też, widzimy, że dwie różne rzeczy zachowują się w podobny sposób, a zatem można je opisać wspólną regułą.

Chodzi nam nie o to, że dwa ciała muszą być takie same, czyli że mają identyczne właściwości, ale raczej o to, że podlegają one wspólnej zasadzie, która dyktuje podobny sposób ich zachowania – taki sam jest charakter przebiegu zjawiska z udziałem ich obydwu. O takie właśnie podobieństwa chodzi w fizyce.

Im więcej zbierzemy w ten sposób podobnych rzeczy i w szerszym zakresie sytuacji, tym przydatniejsze są odkrywane przez nas reguły – bo pozwalają przewidywać zachowanie wielu

rzeczy i planować ich skuteczne używanie (albo ochronę przed skutkami ich występowania). **Fizycy starają się, żeby odkrywane przez nich reguły stosowały się prawidłowo do jak najszerszej grupy rzeczy i okoliczności.** Jeśli następuje jakaś zmiana w zachowaniu się przedmiotu, chcemy rozumieć, z jakiego powodu nastąpiła, opisać przebieg tej zmiany, a także móc ją przewidzieć na przyszłość. Opisanie wszystkich oddziaływań jednych przedmiotów na drugie za pomocą wspólnego i najogólniejszego zestawu praw fizycznych – wielka unifikacja oddziaływań – byłaby zwieńczeniem fizyki. Uwaga: teorie unifikacji ignorują grawitację, jako najsłabsze i całkowicie zaniedbywalne oddziaływanie w świecie mikrocząstek. Grawitacją w skali wszechświata zajmuje się ogólna teoria względności i podejmowane są próby jej sformalizowania w języku kwantowym, takie jak teoria strun i supersymetrycznych strun (superstrun). Być może nastąpi kiedyś połączenie teorii grawitacji z mechaniką kwantową w jedną zunifikowaną teorię wszystkiego.

## 2. Niemierzalność i nierozróżnialność

Wszelkie obserwowane symetrie wynikają albo z *niemierzalności*, albo *nierozróżnialności*.

Niemierzalność oznacza sytuację, w której nie da się wyznaczyć – czyli zmierzyć – szczególnego punktu odniesienia, a zatem w której żadne położenie nie jest wyróżnione spośród innych. A także gdy nie ma znaczenia, gdzie wypada zero na naszej skali. Zjawiska przebiegają tak samo niezależnie od tego, gdzie umieścimy początek układu współrzędnych i jak go zorientujemy, albo którą chwilę ustalimy jako czas równy zero. Długość odcinka nie zależy od tego, jak przyłożymy do niego linijkę, możemy jedynie utrudnić lub ułatwić sobie sam pomiar.

Nierozróżnialność – na przykład prawej strony od lewej – gwarantuje nam „lustrzaną” symetrię. Zjawisko zderzenia się ze sobą dwóch kul na stole bilardowym – dopóki niezauważalne jest tarcie – przebiega tak samo, niezależnie od tego, w którą stronę puścimy film: naprzód czy do tyłu. Ilekroć zamienimy coś miejscami na przeciwne (np. kierunek płynięcia czasu, albo ładunek elektryczny z + na -), a przebieg zjawiska nie uległ zmianie, to możemy być pewni, że mamy do czynienia z jakimś rodzajem nierozróżnialności. Jeżeli coś uległo zmianie, wówczas to, w jaki sposób zmieniły się rzeczy w wyniku takiego „odbicia”, także może nam sporo powiedzieć o ich naturze i ma to swoje daleko idące konsekwencje dla przebiegu reakcji z tymi cząstkami.

Prześledzimy teraz, jako przykład wzięty wprost z książki, jakie są konsekwencje niemierzalności absolutnego położenia w przestrzeni.

Wyobraźmy sobie układ dwóch cząstek, przebywających samotnie w przestrzeni i oddziałujących na siebie. Brak wyróżnionego położenia w przestrzeni oznacza, że potencjał oddziaływania obu cząstek (równy co do wielkości pracy, zużytej do złożenia ich razem i

połączenia w ten układ) nie zależy od położenia, w jakim postanowiliśmy umieścić obie cząstki. Mogliśmy tego dokonać w położeniu  $\vec{r}$ , albo równie dobrze w położeniu o  $\vec{a}$  dalej:

$$V = V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = V(\vec{r}_1 + \vec{a}, \vec{r}_2 + \vec{a}) .$$

Ale wektor  $\vec{a}$  jest dowolny, powyższa równość musi obowiązywać dla każdego przesunięcia (translacji) w przestrzeni. Oddziaływanie cząstek na siebie zależy wyłącznie od ich wzajemnego położenia względem siebie, a nie od tego, gdzie leżą w całkowicie poza tym pustej przestrzeni. A to oznacza, że potencjał  $V$  może zależeć wyłącznie od różnicy położenia cząstki 1 i 2:

$$V = V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) .$$

Charakter tej zależności jest chwilowo nieistotny, wystarczy, żeby argumentem funkcji  $V$  było  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ . Teraz, siła działająca na cząstkę jest skutkiem pola potencjału w otoczeniu cząstki i wyraża się fundamentalnie jako minus gradient potencjału. Siła w punkcie 1 (siła przyłożona do cząstki 1) oraz w punkcie 2 (przyłożona do cząstki 2) są następujące:

$$\vec{F} = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}_1}; \quad \vec{F}_2 = -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}_2} .$$

A skoro  $\frac{\partial}{\partial \vec{r}_1} = \frac{\partial}{\partial(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}$ ;  $\frac{\partial}{\partial \vec{r}_2} = -\frac{\partial}{\partial(-\vec{r}_2)} = -\frac{\partial}{\partial(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}$ , to niezależnie od postaci potencjału, całkowita (wypadkowa) siła działająca na nasz układ 1+2 jest równa:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\frac{\partial V}{\partial(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)} + \frac{\partial V}{\partial(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)} = 0 .$$

Tak jak przypuszczaliśmy, wypadkowa siła działająca na izolowany układ dwóch cząstek wynosi zero. Dla większej liczby cząstek, poprzez prostą analogię, w wyniku sumy oddziaływań dwuciałowych każda cząstka z każdą, jest dokładnie tak samo. Ale siła wyraża nic innego, jak intensywność zmian pędu po czasie;  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ . A zatem, skoro wypadkowa siła wynosi zero, to znaczy, że całkowity pęd izolowanego układu cząstek 1+2 (lub większej liczby cząstek) jest zachowany:  $\vec{p} = \overrightarrow{Const}$ . Doszliśmy zatem do zasady zachowania pędu.

Następujące wynikanie (równoważne) doprowadziło nas do celu, i jest ono typowe dla

wszelkich symetrii:

**Niemierzalność** (absolutnego położenia)  
*prowadzi do*  
**niezmienniczości** (względem translacji w przestrzeni)  
*co skutkuje*  
**prawem zachowania** (pędu).

### 3. Drobny upadek jabłka, poważne konsekwencje

Podobnie jak dla pędu, niemierzalność absolutnego kierunku (niemożność wyboru wyróżnionej względem innych orientacji) w przestrzeni wiedzie nas w ten sam sposób do niezmienniczości względem obrotów, a w konsekwencji, do zasady zachowania momentu pędu.

To akurat bardzo ważny przykład, ponieważ aż do czasów Newtona nie było wcale jasne, czy aby w naszym codziennym doświadczeniu ta symetria nie jest łamana. Różnica pomiędzy kierunkiem „góra-dół” oraz zestawem kierunków „naprzód, w tył, w lewo i w prawo” wydaje nam się naturalna i wyczuwamy ją na co dzień. W pierwszym z tych kierunków poruszamy się z największą ostrożnością i wyłącznie za pomocą narzędzi i maszyn. Z drugim zestawem kierunków radzimy sobie na ogół nieźle nawet na własnych nogach albo pędzimy po nim samochodami. A zatem być może istnieją wyróżnione orientacje w przestrzeni jako takiej? Grecy nie mieli wątpliwości, że tak... I popełniali duży błąd.

Newton jako pierwszy postulował odejście od starożytnego modelu, który przypisywał niesymetryczność samej naturze rzeczy (czyli naturalnemu porządkowi świata), a wskazał na wpływ nowego, zewnętrznego aktora, jakim jest siła grawitacyjna planety – w przestrzeni, której kierunki pozostają same z siebie niewyróżnione. Tak więc zasada zachowania momentu pędu obowiązuje, a jakże, również w polu ziemskiego przyciągania (to ostatnie jest o tyle oczywiste, bowiem siła grawitacyjna – którą uznajemy za stałą w obszarze układu ciał – oddziałuje tak samo na każdy z elementów układu, a zatem nie produkuje żadnego momentu siły. Można powiedzieć, że siła grawitacji jest przyczepiona w środku masy układu i dopóki układ jest swobodny – a jest, bo żądaliśmy, aby był izolowany – ma ona zerowe ramię, a więc i zerowy moment).

Różnica pomiędzy podejściem klasycznym Newtona, a obalonym podejściem antycznym, jest fundamentalna, i spadające jabłko zwiastowało wielki przełom w rozumieniu fizyki w ogóle (oddziaływanie na odległość za pomocą pola sił – współcześnie uzupełnione i zastąpione skwantowanym oddziaływaniem na odległość poprzez wymianę bozonów pośredniczących). Opowiemy sobie o tym trochę więcej, bo naprawdę warto i trzeba to wiedzieć, aby rozumieć rozwój koncepcji i postępów fizyki.

Model starożytnych, któremu hołdowali myśliciele i ojcowie filozofii przyrody kalibru Platona i Arystotelesa, zakładał, że wszechświat jako całość musi charakteryzować się boską statecznością, a więc trwać niezmiennie. Stąd nazwa *kosmos*, która oznaczała stan ładu i niepodlegania przemianom. Bynajmniej nie była to teoria „śmieszna” albo naiwna. To samo rozumowanie, przy myślowym eksperymencie dzielenia materii na coraz mniejsze porcje, doprowadziło starożytnych do odkrycia trwałej i statycznej cegiełki materii – *atomu* (gr. „niepodzielny”). Ten pogląd, włączając weń współczesną wiedzę o subtelnej strukturze atomów (nukleony, one zaś same będące workami kwarków po trzy w zestawie), w ogromnej liczbie skal i zagadnień nauki pozostał zachowany do dnia dzisiejszego. Do dziś mówimy o atomach w bardzo podobnym sensie, co starożytni.

Tak czy owak, w kosmosie wszystko musiało charakteryzować się spoczywaniem (spoczynek przy braku sił – to kolejna zdobycz starożytności, a jednak niekompletna bez pewnej zasadniczej modyfikacji Newtona, w postaci „lub porusza się ze stałą prędkością”) lub w najgorszym razie, jeśli ów spoczynek jeszcze nie został osiągnięty, dążeniem każdego elementu przyrody do osiągnięcia swego „naturalnego miejsca spoczynku”. Miejsce spoczynku dla elementu powietrza znajdowało się w górze (w niebie), miejsce spoczynku wody – na i przy powierzchni Ziemi (co się mniej więcej zgadza), żywiołu ziemi – w jej głębinach oraz wszędobylskiego żywiołu ognia, również zajmujące określone miejsca, wyznaczone było przez koncentrację innych elementów, którymi może się pożywić oraz wrogiej mu wody, przed którą ucieka. W każdym razie, pionowy kierunek podzielony był pomiędzy naturalne obszary danych żywiołów, do których uparcie one dążą, a w nich spoczywają.

Model ten pozwalał przewidzieć pewne zachowania materii – na przykład to, że żywioł powietrza, widoczny jako dym przy spalaniu, uniesie się do góry, gdzie jest jego naturalne położenie, natomiast kamień rzucony w górę upadnie z powrotem na ziemię. Model nie wyjaśniał jednak wielu wątpliwości, między innymi:

- dlaczego żywioły mogą się zmieniać jeden w drugi (skamieniała bryła lodu zmienia się pod wpływem ognia w wodę, a potem w powietrze)?
- Czemu obserwujemy wciąż obecne wymieszanie żywiołów i ciągle zachodzące przemiany odwrotne, skoro osiągnany tymczasowo stan separacji elementów jest najtrwalszy (bo zgodny z zabezpieczającymi go siłami „naturalnymi”), trwalszy, niż stan wymieszania?
- A także – a może przede wszystkim – jaką właściwie siłą (za pomocą czyjego pchnięcia) elementy dążą do owych naturalnych pozycji? Są wszak nieożywione i nie mają własnego rozumu, woli i mięśni. Model ten przewiduje ogólny charakter ruchu (raczej gorzej niż lepiej), ale ani nie wyjaśnia jego mechanizmu (sposobu), czyli bezpośrednich przyczyn, ani

nie podaje szczegółowych właściwości tego ruchu.

Był to szczególnie dotkliwy brak, ponieważ starożytni postrzegali źródło ruchu tylko i wyłącznie w bezpośrednim kontakcie fizycznym oddziałujących ciał ze sobą. Ponieważ docelowym stanem ciała jest statyczność, nieruchomość w jego „stanie naturalnym”, ciało mogło posiadać niezerową prędkość (czyli: rezygnować ze spoczynku) tylko tak długo, jak długo była doń przyłożona siła, „odmawiająca mu” tego spoczynku. Jedno ciało (np. ręka) mogło wprowadzić w ruch drugie (np. kulę) tylko poprzez fizyczne zetknięcie z nim; natomiast co potem powodowało dalszy ruch kuli, gdy już odjęta została ciskająca nią ręka, a kula nadal toczyła się po ziemi? To pozostawało niejasne. Jakie to niewidzialne sznury nadal łączą ze sobą siłę sprawczą i obiekt w ruchu? Ręka, oswobodzona z kuli, nie czuje żadnych, łączących ją z kulą więzów. Ziemia raczej przeszkadza, niż pomaga się toczyć, i podobnie powietrze.

Trzeba było dopiero newtonowskiego rozróżnienia (i podania relacji) pomiędzy siłą – przyczyną ruchu, manifestującą się poprzez zmiany prędkości ciała, a pędem – zasobem ruchu, związanym z poruszaniem się ciała z daną prędkością, aby wyjaśnić tę zagadkę. „Naturalnym stanem” ciała niekoniecznie jest spoczynek, ale może być nim też i ruch ze stałą prędkością. To już nie mieści się w pojęciu *kosmosu* starożytnych (nie spodobałaby im się również obserwacja ciągłej ekspansji wszechświata i ucieczki galaktyk). Widzimy więc ogromny przeskok, jaki powoduje w rozumieniu rzeczywistości teoria oddziaływania polowego, a więc interakcji dwóch ciał na odległość poprzez nośnik (mediator), jakim jest pole:

ciało 1 ↔ pole fizyczne ↔ ciało 2.

I również dlatego tak ważne jest pojęcie symetrii wobec orientacji w przestrzeni. Dopóki trwalibyśmy przy sztucznie narzuconym postulatcie starożytnych o „naturalnym spoczynku”, uznawalibyśmy fakt upadku jabłka z gałęzi na ziemię za oczywisty (widocznie jabłko pochodzi z żywiołu ziemi, tak samo jak kamień) i nie wymagający żadnych dodatkowych wyjaśnień. Jednak, jeśli przyjmiemy wbrew Platonowi, że przestrzeń powinna charakteryzować się pełną symetrią kierunków, to tylko wówczas obserwacja „łamania” tej symetrii przez swobodnie spadające jabłko może naprowadzić lotny umysł na nową, rewolucyjną koncepcję – teorię pola grawitacyjnego, pośredniczącego pomiędzy jabłkiem i Ziemią, i nadającego mu pęd w kierunku ziemi.

#### **4. Symetria kosmologiczna Kopernika**

Obserwacje naszego słynnego rodaka, Mikołaja Kopernika, solidnie przezeń opisane i skatalogowane, zostały wykorzystane przez dwóch wielkich astronomów, Duńczyka Tychona de

Brahe i jego współpracownika z Niemiec, Johannes Keplera. Tym samym, przysłużyły się odkryciu przez Keplera jego trzech praw orbitalnych. Praca ta stanowiła zaś podstawową inspirację dla rozważań planetarno-grawitacyjnych sir Izaaka Newtona.

Kopernik zauważył, że – wbrew koncepcjom starożytnych kosmologów greckich i egipskich w rodzaju Ptolemeusza – trudno mówić o jakimś pojedynczym, wyróżnionym centrum wszechświata, wokół którego „wszystko się kręci” – na przykład Ziemi.

Warto przy okazji nadmienić, że ta kwestia nigdy nie wzbudziła protestu ze strony Kościoła, gdyż przyjmował on zasadę, że w kwestiach nieologicznych i nie dotyczących moralności nie będzie zajmował oficjalnego stanowiska. Zatarg z Galileuszem był jedynym takim wyjątkiem w historii, a na dodatek wcale nie dotyczył tego zagadnienia, które mu się zwyczajowo przypisuje (mit pt.: „A jednak się kręci”).

Wychodząc z teorii planetarnych epicyklów i deferensów (fenomenologicznej teorii, która była całkiem dobrym „prowizorycznym” przybliżeniem późniejszej harmonicznej analizy Fouriera – składania funkcji harmonicznym w szeregi skończone dla odtwarzania dowolnych ruchów okresowych), Kopernik argumentował, że żaden punkt w przestrzeni kosmicznej nie powinien być traktowany na preferencyjnych warunkach. Owszem, podobną rolę, co dla nas Słońce, mogą w innym miejscu spełniać tamtejsze gwiazdy, pełniące rolę lokalnych centrów układów planetarnych (tak! Kopernik przewidział istnienie planet poza naszym Układem Słonecznym). Wówczas zaś, opisu ruchu orbitalnego takiego systemu najłatwiej dokonać, przyjmując lokalne słońce za centrum układu, podczas gdy ten sam opis z punktu widzenia Ziemi jest znacznie bardziej skomplikowany i wymaga składania ze sobą dodatkowych, pomniejszych okręgów – epicykli.

I oczywiście, Kopernik miał rację, a zarazem wniósł wielki wkład do nowożytnej kosmologii, z czego chyba ani my dziś, ani jemu współcześni, nie zdawali sobie w pełni sprawy. Jego teoria, jak widzimy, przewiduje brak globalnych centrów, za to występowanie lokalnych centrów ruchu orbitalnego. Jest to zatem tylko połowicznie teoria heliocentryczna. Jej znacznie ważniejsza „połowa” sugeruje brak jakiegokolwiek generalnej „centryczności”, czyli łamania symetrii wszechświata. Mówi o symetrii kosmosu wobec niemożności wyróżnienia w nim jakiegoś unikalnego położenia (a zatem o symetrii niemierzalności).

## **5. Bardzo krótko o przypadku relatywistycznym**

Troska o symetrię leży u fundamentów Szczególnej Teorii Względności, która prawidłowo opisuje właściwości i ruch ciała poruszającego się z prędkością, porównywalną z prędkością światła. Dla mikrocząstek trzeba ją dodatkowo skwantować, co prowadzi do Kwantowej Teorii Pola, w tym elektrodynamiki kwantowej. W każdym razie, STW na samym początku swego sformułowania odrzuca transformację Galileusza, która zawiera sztuczne i łamiące symetrię czasoprzestrzeni

założenie, że w każdym układzie odniesienia czas jest dokładnie ten sam (że jest jeden, ogólnowszechświatowy czas, który odmierzą wszystkie zegary). Generalnie, aby utrzymać w mocy zestaw równań elektrodynamiki Maxwella oraz transformację Galileusza (która wymusza zmienną postać tych pierwszych), prędkość światła musi być zmienna w różnych inercyjnych układach odniesienia, poruszających się względem fundamentalnego, wyróżnionego układu *eteru*, w którym miałyby rozchodzić się fale świetlne. Eksperyment interferencyjny Michelsona i Morleya – powtarzany w najróżniejszych warunkach – jednoznacznie przekreślił tę nadzieję, a próby jego pogodzenia z dotychczasową teorią upadły. Prędkość rozchodzenia się światła okazała się stała, a więc zupełnie niewrażliwa na kierunek i prędkość ruchu układu pomiarowego. Trzeba było odrzucić którąś z teorii: elektrodynamikę Maxwella, albo założenie o niezmienności czasu Galileusza. Einstein wybrał odważnie – bo wbrew całej opinii publicznej świata nauki – to drugie wyjście i podał rozwiązanie problemu.

Transformacja Galileusza zakłada, niesymetrycznie traktując zmienną położenia i czasu, że pomiędzy układami odniesienia o względnej prędkości  $v$  zachodzi zależność:

$$\begin{cases} x' = x - v \cdot t \\ t' = t \end{cases},$$

podczas gdy prawidłowa formuła transformacji, zwana tr. Lorentza, jest symetryczna – liniowa w obu zmiennych niezależnych  $(x, t)$ :

$$\begin{cases} x' = \gamma (x - \beta ct) \\ ct' = \gamma (-\beta x + ct) \end{cases},$$

gdzie  $\beta := \frac{v}{c}$ ,  $\gamma := \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ . Zauważmy, że dla  $v \ll c$  obie transformacje mają tę samą postać.

Konsekwencje są dalekosiężne – żeby wymienić jedynie dylatację czasu i skrócenie długości oraz tożsamość (*zależność dyspersyjną*) masy, pędu i energii  $E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2$ , czyli słynne  $E = mc^2$ . My jednak powstrzymamy się od rozwijania dalej tego tematu i przejdziemy teraz do wyprowadzenia praw klasycznych symetrii.

## 6. Zasady zachowania pędu, momentu pędu, energii

Aby zbadać dalsze implikacje niemierzalności absolutnego położenia, a także czasu, rozważmy podstawowe równanie ruchu w mechanice klasycznej, czyli równanie Eulera-Lagrange'a:



$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad ,$$

wiążące Lagrangian każdego realizowanego w rzeczywistości układu fizycznego. Dla przypomnienia, Lagrangian jest funkcją niezależnych zmiennych położenia uogólnionego  $q_i$ , prędkości uogólnionego  $\dot{q}_i$  oraz czasu  $t$ . Położenia uogólnione mogą wyrażać zwykłe współrzędne wektora położenia, mogą także oznaczać np. współrzędne kątowe w ruchu obrotowym. Ich czasowe pochodne mają wówczas sens prędkości kątowych. Funkcję  $L$ , w największym skrócie, konstruuje się podobnie jak Hamiltonian, czyli – w klasycznym ujęciu – funkcję stanu zwaną energią całkowitą, jednak zamiast dodawać do siebie energie, odejmujemy od energii kinetycznej energię potencjalną,  $L = T - V$ .

W sytuacji, w której występuje niemierzalność absolutnego punktu w przestrzeni, Lagrangian nie może zależeć wprost od współrzędnych  $q_i$ , a zatem

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad ,$$

czyli  $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = Const.$

Uzyskaliśmy niezależność od czasu pochodnych  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$ , które wyrażają pędy uogólnione (w

klasycznym Lagrangianie  $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \equiv \frac{\partial}{\partial v_i} \frac{1}{2} m v^2 = m v_i \equiv p_i$ ,  $i$ -ta składowa pędu). Jest to, samo w sobie, potwierdzenie wyniku naszych wcześniejszych rozważań z potencjałem  $V$ , a więc zasady zachowania pędu. Zaś w przypadku współrzędnych kątowych, stanowi treść *zasady zachowania momentu pędu*.

Teraz pójdźmy jeszcze bogaciej. I zauważmy, że jeśli mamy do czynienia z niemożnością wyboru wyróżnionej *chwili czasu*, a zatem z niezmienniczością wobec translacji w czasie (co wyraża prawdę, że eksperyment, dokonany dziś i jutro, byle tylko w *dokładnie tych samych warunkach doświadczalnych*, powinien przebiegać identycznie), tj. wtedy, gdy Lagrangian nie zależy wprost od czasu  $t$ ,

$$\frac{\partial L}{\partial t} = 0 \quad ,$$

również i Hamiltonian nie zależy wprost od czasu. Jest tak, ponieważ  $0 = \frac{\partial L}{\partial t} \equiv -\frac{\partial H}{\partial t}$  .

Aby dowieść tej ostatniej równości, wystarczy wyjść z tożsamości  $H = p\dot{q} - L$  i pracowicie zróżniczkować cząstkowo obie strony po czasie, pamiętając, że Hamiltonian jest funkcją explicitę zmiennych:  $(p, q \text{ i } t)$ , zaś Lagrangian zmiennych:  $(q, \dot{q}_i \text{ i } t)$ . Klarowny rachunek Czytelnik znajdzie na przykład pod tym adresem (dostęp w marcu 2020):

<https://www.physicsforums.com/threads/the-partial-time-derivative-of-hamiltonian-vs-lagrangian.971218/>

Ale Hamiltonian wyraża energię całkowitą, a zatem jego niezmiennosc względem czasu jest tożsama z *zasadą zachowania energii całkowitej*. Rekapitulując: konsekwencją braku wyróżnionych punktów w czasie, a zatem niezmienniczości względem translacji w czasie, jest fakt, że energia całkowita izolowanego układu pozostaje zachowana. Jest to kolejna ścisła, czyli przestrzegana w każdym oddziaływaniu, zasada zachowania. Gdyby ich nie było, to znaczyłoby, że eksperymenty przeprowadzane w różnych miejscach i w różnych chwilach czasu dają odmienne wyniki, a zatem przeprowadzanie ich (i uprawianie nauki) miałyby się z celem.

## 7. Symetrie cechowania

Poza wymienionymi powyżej symetriami, które dotyczą zachowania pędu, momentu pędu oraz energii, są także inne prawa zachowania, takie jak na przykład *zasada zachowania ładunku elektrycznego*. Wiąże się ona z niemierzalnością różnicy pomiędzy fazą funkcji opisującej cząstkę naładowaną, a fazą dla cząstki neutralnej elektrycznie. Nie ma wyróżnionego „kierunku” w owej „przestrzeni” ładunków elektrycznych. A zatem – na podobieństwo zasady zachowania momentu pędu – objawia się niezmienniczością wobec obrotów w tej abstrakcyjnej przestrzeni, zwanych *transformacjami cechowania*. Lagrangian cząstki w wyniku tej operacji pozostaje zachowany (jest niezmienniczy względem cechowania). Sama zaś symetria tego typu nazywa się *symetrią cechowania* (ang. gauge symmetry). Każda symetria cechowania powoduje zachowanie pewnego prądu, który sprowadza się do zachowania pewnego ładunku (czyli do jakiegoś prawa zachowania).

W oddziaływaniu, owe zachowywane ładunki przenoszą się pomiędzy substratami a produktami reakcji (stanem początkowym a końcowym) przy udziale bozonów pośredniczących, czyli bozonów cechowania (gauge bosons, zob. tabelkę poniżej), będących kwantami tego oddziaływania. Rodzajów bozonów cechowania jest tyle, ile jest generatorów danej grupy cechowania. Np. w elektrodynamice kwantowej, która ma prostą symetrię cechowania  $U(1)$ , występuje tylko jeden pośrednik – foton  $\gamma$ . Wielkością zachowaną w tej teorii jest ładunek elektronu  $e$ . Nazywany jest ładunkiem elementarnym, choć wiemy obecnie, że kwarki dzielą pomiędzy siebie

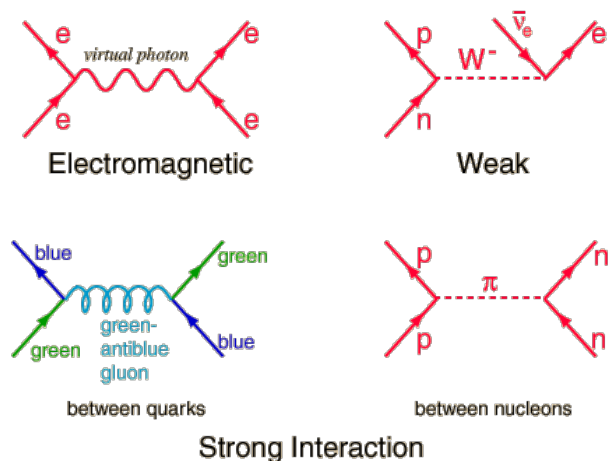
ułamkowe części  $e$  ( $1/3$  i  $2/3$ , por. z tabelką).

## Elementary Particles

three generations of matter(fermions)			interactions / force carriers(bosons)		
	I	II	III		
mass	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$
charge	$2/3$	$2/3$	$2/3$	0	0
spin	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	0
QUARKS	<b>u</b> up	<b>c</b> charm	<b>t</b> top	<b>g</b> gluon	<b>H</b> higgs
	<b>d</b> down	<b>s</b> strange	<b>b</b> bottom	<b><math>\gamma</math></b> photon	
	<b>e</b> electron	<b><math>\mu</math></b> muon	<b><math>\tau</math></b> tau	<b>Z</b> Z boson	
LEPTONS	<b><math>\nu_e</math></b> electron neutrino	<b><math>\nu_\mu</math></b> muon neutrino	<b><math>\nu_\tau</math></b> tau neutrino	<b>W</b> W boson	
					<b>GAUGE BOSONS</b> <b>VECTOR BOSONS</b>

O ile na przykład zasada zachowania ładunku elektrycznego albo zasady zachowania trzech liczb leptonowych (w reakcjach z udziałem elektronów, mionów i cząstek tau oraz ich neutrino) obowiązują zawsze, o tyle występują także symetrie, które są łamane w niektórych oddziaływaniach – na przykład symetria parzystości  $P$  w oddziaływaniach słabych – a zatem ich zakres nie jest totalny (nie są „ściśle” w powyżej używanym sensie).

Oddziaływania silne (między kwarkami i nukleonami – a tak naprawdę też między kwarkami) rządzą się symetrią  $SU(3)$ , wobec czego występuje osiem odcieni gluonów – bozonów cechowania. Oddziaływania słabe mają grupę symetrii  $SU(2)$ , co wymaga trzech bozonów pośredniczących: pary  $W^+$ ,  $W^-$  oraz  $Z$ .

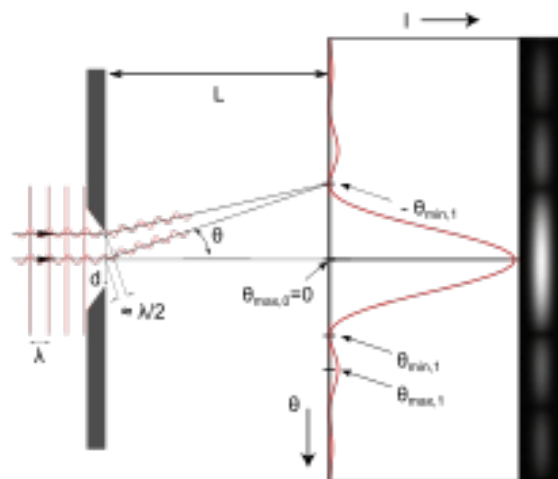


## 8. O symetriach w języku mechaniki kwantowej

W tym rozdziale sformułujemy niektóre zasady zachowania w formalizmie mechaniki kwantowej i odnotujemy ich ogólną regułę.

Równania mechaniki klasycznej, także te relatywistyczne, zawodzą przy opisie cząstek mikroświata w skali Plancka. W szczególności, jednoczesne podanie precyzyjnej wartości położenia i prędkości cząstki – obu zmiennych niezależnych klasycznego Lagrangianu – jest niemożliwe z uwagi na obowiązującą w świecie cząstek elementarnych regułę nieoznaczoności Heisenberga. Uwidacznia się ona, między innymi, w skończonej szerokości linii widmowych pierwiastków – zgodnie z orbitalnym modelem Bohra, powinny być one nieskończenie ostre i nieposzerzone – a zatem jej prawdziwość jest obserwowana w skali makro (na zdjęciu widma). Innym przejawem czysto kwantowego efektu, który obserwujemy w codziennym życiu i to bez najmniejszego zdumienia, jest fakt, że... słońce świeci. Odpychający elektrostatyczny potencjał jąder wodoru, które w dwustopniowej syntezie jądrowej zmieniają się w cząstkę alfa (jądro helu) jest zbyt silny, żeby mogło dojść do tej reakcji w plazmie gwiazdowej w myśl elektrodynamiki klasycznej. Powtórzmy: synteza jądrowa w gwieździe, zgodnie z prawami klasycznymi, jest *zakazana energetycznie*. Do jej zajścia jest absolutnie niezbędny (i wystarczający) czysto kwantowy efekt *tunelowania*, który pozwala protonom zbliżyć się do siebie pomimo bariery potencjału. To nie jest teoria. Budujemy skaningowe mikroskopy tunelowe, działające wyłącznie w oparciu o efekt tunelowy, które znakomicie funkcjonują, dając nam wyjątkowo precyzyjne (do kilku ppm) odwzorowanie powierzchni badanych metali.

Nieoznaczoność Heisenberga jest fundamentalnym i nieprzekraczalnym ograniczeniem naszej znajomości mikroświata. Jest jego naturalną cechą, która nie ma nic wspólnego z ograniczoną precyzją naszych instrumentów badawczych. A oto namacalny przykład tego stanu rzeczy. Skutki zasady nieoznaczoności możemy zaobserwować na własne oczy, patrząc na obraz prążków dyfrakcyjnych, pojawiających się na ekranie ustawionym za oświetloną, małą szczeliną. Jeśli chcemy uściślić położenia fotonów, przelatujących przez szczelinę – fotony są bardzo „małe” w porównaniu z jej rozmiarami – musimy ją zwęzić. Wówczas poprawia się nasza wiedza o położeniu fotonów w chwili, w której przez nią przelatują – są gdzieś pomiędzy jedną krawędzią szczeliny, a drugą. Jednak, jednocześnie z tym, jak zwężamy szczelinę dyfrakcyjną,



obraz dyfrakcyjny na ekranie rozszerza się i powiększa – a to oznacza, że coraz gorzej znamy kierunek lotu (zwrot wektora prędkości) naszych fotonów – od jednej krawędzi obrazu dyfrakcyjnego do drugiej. Chcąc poprawić znajomość zwrotu prędkości, czyli sprawić, żeby fotony rozchodziły się w węższym snopie, to jest zmniejszyć obszar prążków dyfrakcyjnych, musimy poszerzyć w tym celu szczelinę – ale czynimy to kosztem pogorszenia naszej wiedzy o położeniu fotonów w ramach szczeliny.

Granica pomiędzy mikro- i makro-światem jest co prawda ciągła (zasada korespondencji), jednak w coraz mniejszych skalach równania mechaniki klasycznej coraz bardziej odbiegają od prawidłowego opisywania rzeczywistości (własności ciał). Aby nieco przybliżyć wyobraźni Czytelnika skalę zjawisk i granicy mikroświata:

Mechanika klasyczna precyzyjnie potrafi opisać położenie np. ziarenka piasku. Abyśmy, z uwagi na kwantową nieoznaczoność jego położenia, a w konsekwencji na „rozjeżdżanie się” w przestrzeni i czasie jego funkcji falowej, postrzegli ziarenko piasku o masie 0.1g jako rozmyte (losowo przemieszczone) o  $0.1\mu\text{m}$  (jedną stutysięczną centymetra), musielibyśmy uzbroić się w cierpliwość i poczekać około... 640 tysięcy lat. Tę samą nieoznaczoność położenia w zwykłych dla niego warunkach, jądro helu (cząstka  $\alpha$ ) osiąga w czasie  $10^{-18}$  sekundy.

Opiszemy teraz wybrane symetrie cząstek językiem i z dokładnością dostępną dla mechaniki kwantowej. Funkcja falowa, zależna od położenia i czasu, a której kwadrat modułu wyraża rozkład gęstości prawdopodobieństwa lokalizacji cząstki (układu cząstek) w danym położeniu (w danej konfiguracji) i czasie, spełniać musi falowe równanie Schrödingera, opisujące ewolucję w czasie układu kwantowego:

$$\hat{H} \Psi(\bar{x}, t) = i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\bar{x}, t) .$$

W przypadku kwantowania teorii relatywistycznej, należy zastąpić równanie Schrödingera równaniem Kleina-Gordona (cząstki skalarne) lub równaniem 4-wektorowym w formalizmie Diraca (fermiony, takie jak elektrony i kwarki). Alternatywnie, dla fermionów nierelatywistycznych, można użyć formalizmu Pauliego.

Hamiltonian  $\hat{H}$  jest w formalizmie kwantowo-mechanicznym operatorem energii. Działając na funkcję  $\Psi$ , zadaje jej równanie własne, którego rozwiązaniem ogólnym jest kolekcja wektorów własnych (dozwolonych stanów  $\Psi_i$  funkcji falowej) i odpowiadających im współczynników skalarnych, będących wartościami własnymi energii  $E_i$  dla tych stanów. Otrzymane wartości własne, w zależności od zagadnienia mogą być ciągłe albo skwantowane, np. dla atomu wodoru

odtworzamy kolejne wartości energii orbitalnej dla głównej liczby kwantowej  $n$ .

Zespolonym sprzężeniem równania Schrödingera jest równanie postaci:

$$\hat{H} \Psi^*(\vec{x}, t) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi^*(\vec{x}, t) .$$

*Obserwabla* w mechanice kwantowej nazywamy wielkość fizyczną, której określona wartość nie jest pewna, możemy przypisać jej dane wartości jedynie z pewnym prawdopodobieństwem. Bezpośredni pomiar tej wielkości – zakładamy, że jest możliwy – powoduje sprawdzenie, która z tych wartości była realizowana faktycznie w tym momencie przez układ (tzn. spośród stanów własnych tego układu operator obserwacji wybiera jeden z nich, któremu odpowiada jedna wartość własna). Pomiar taki nieuchronnie zaburza sam układ, który badaliśmy, dlatego nie możemy mierzyć obserwacji w sposób ciągły i otrzymywać jej wartości w kolejnych, dowolnie bliskich chwilach czasu.

Wobec sensu funkcji falowej, której kwadrat amplitudy w danym obszarze  $W$  oznacza prawdopodobieństwo lokalizacji cząstki w tym obszarze, co wyraża się wzorem  $\int_W \Psi^* \Psi d^3x$ , wartość oczekiwana w chwili  $t$  dowolnej obserwacji  $A$  jest równa

$$\bar{A}(t) = \int \Psi^*(\vec{x}, t) \hat{A} \Psi(\vec{x}, t) d^3x .$$

$\hat{A}$  jest operatorem, wydobywającym ze stanu  $\Psi$  jedną z wartości (własnych) dla wielkości  $A$ , realizowaną przez cząstkę w odpowiednim dlań stanie własnym. Kolejność wyrazów w powyższej całce jest istotna (działamy operatorem na funkcję falową, a nie dokonujemy zwykłego mnożenia) i tak dobrana, żeby dla dowolnego operatora kwantowo-mechanicznego  $\hat{B}$  zachodziła tożsamość

$$\int \hat{B} \Psi^* \hat{A} \Psi d^3x \equiv \int \Psi^* \hat{B} \hat{A} \Psi d^3x$$

(w nomenklaturze Diraca: operator działa na „bra” tak samo, jak gdyby zamiast tego zadziałał na „ket”), co jest konsekwencją jego hermitte'owskości, jak każdego operatora obserwacji.

Chcąc rozważyć ewolucję czasową danej obserwacji  $A$ , pytamy o szybkość zmian w czasie jej wartości oczekiwanej,  $\frac{\partial}{\partial t} \bar{A}$ . Załóżmy nadto, że postać operatora  $\hat{A}$  nie zależy explicité od czasu – w obrazie Schrödingera, zmienność czasowa nie jest umiejscowiona w operatorach, lecz w ich stanach własnych (odwrotnym podejściem jest *obraz Heisenberga*, a pośrednim *obraz Diraca*).

Gdy obie strony równania na  $\bar{A}$  pomnożymy arbitralnie przez  $i\hbar$  i zróżniczkujemy cząstkowo po czasie, po czym porównamy z równaniem falowym oraz sprzężonym równaniem falowym, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \bar{A} &= i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \int \Psi^* \hat{A} \Psi = \int i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi^* \hat{A} \Psi + \int \Psi^* i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{A} \Psi + \int \Psi^* \hat{A} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \\ &= -\int \hat{H} \Psi^* \hat{A} \Psi + 0 + \int \Psi^* \hat{A} \hat{H} \Psi \equiv -\int \Psi^* \hat{H} \hat{A} \Psi + \int \Psi^* \hat{A} \hat{H} \Psi = \\ &= \int \Psi^* (\hat{A} \hat{H} - \hat{H} \hat{A}) \Psi =: \int \Psi^* [\hat{A}, \hat{H}] \Psi. \end{aligned}$$

Ostatnia równość wprowadza definicję *komutatora* dwóch operatorów. Wartość oczekiwana obserwabli  $\bar{A}$  jest stała w czasie,  $\frac{\partial}{\partial t} \bar{A} = 0$ , czyli dana **wielkość fizyczna A jest zachowana** (z dokładnością do jej statystycznej wartości oczekiwanej) wtedy i tylko wtedy, kiedy  $[\hat{A}, \hat{H}] = 0$ , czyli kiedy operator kwantowo-mechaniczny tej wielkości komutuje z operatorem Hamiltona energii  $\hat{H}$ . Dwie wielkości w mechanice kwantowej komutują, gdy można jednocześnie określić ich wartości – nie są *kanonicznie sprzężone* ze sobą zasadą nieoznaczoności.

Jest to wysoce nietrywialna właściwość, bowiem należy pamiętać, że działanie na funkcję falową danego operatora powoduje „wydobycie z niej” wartości własnej i stanu własnego dla tego operatora. Drugi operator działa już na stan własny pierwszego operatora. Zerowy komutator oznacza, że dla wielkości zachowanych nie ma znaczenia, który stan własny – obserwabli czy energii Hamiltonianu – wyznaczymy jako pierwszy w kolejności.

W zestaw fundamentalnych praw zachowania w mechanice kwantowej wchodzi te prawa, które opisaliśmy w klasycznym formalizmie, a które obecnie mają sens probabilistyczny (wartości oczekiwanej danej wielkości):

- zasada zachowania wybranej składowej pędu. Operatorem składowej  $x$  pędu jest

$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, \text{ nazywany } \textit{generatorem translacji} \text{ wzdłuż osi } x;$$

- zasada zachowania wektora pędu całkowitego;
- zasada zachowania wybranej składowej momentu pędu. Operator względem osi  $z$ :

$$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} = -i\hbar \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right);$$

- zasada zachowania wektora całkowitego momentu pędu;
- zasada zachowania energii (Hamiltonian oczywiście komutuje sam ze sobą). Operator dla

zmienności w czasie:  $\hat{H} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ , dla układu stacjonarnego:  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r})$ ,

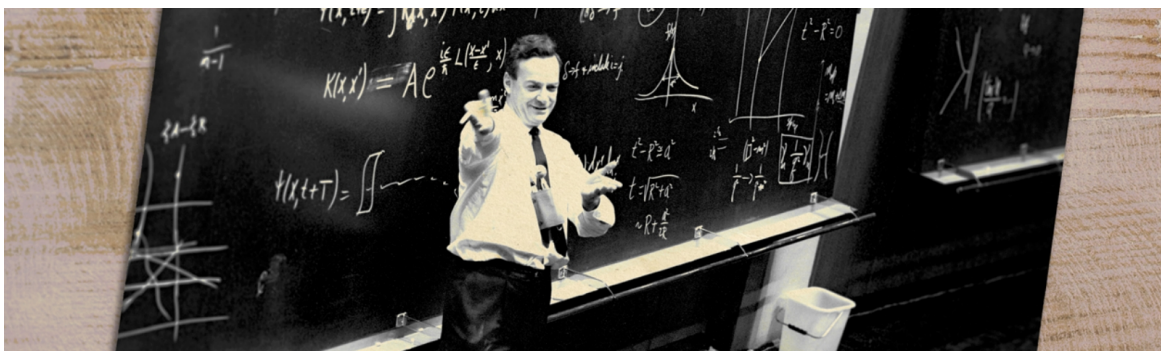
co w przypadku tylko jednej współrzędnej tłumaczy się na:  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$  .

Zasada nieoznaczoności pozwala na jednoczesne określenie jednej (arbitralnej) składowej pędu oraz pędu całkowitego, albo jednej składowej momentu pędu i całkowitego momentu pędu, jednak zabrania znajomości wszystkich składowych jednocześnie. Jeszcze jedną, szalenie istotną parą kanonicznie sprzężonych, czyli niewyznaczalnych jednocześnie wielkości jest energia danego stanu oraz czas jego życia. To ostatecznie narzuca rozmycie wszystkich poziomów energetycznych w atomie (tym większe, im wyższa energia, a w granicy osiągamy continuum dla elektronów swobodnych) poza stanem podstawowym, na którym elektron może pozostawać dowolnie długo.

Z Hamiltonianem komutują także inne operatory, np. operator parzystości  $P$ , co pociąga za sobą zachowanie symetrii parzystości (za wyjątkiem oddziaływań słabych).

Uwaga dotycząca symetrii w Wielkiej Teorii Unifikacji. Najprostszą grupą cechowania, która zawiera jako podgrupę wszystkie grupy cechowania dla oddziaływań silnych, elektromagnetycznych i słabych (tzn. SU(3) – osiem gluonów, U(1) – foton i SU(2) – bozony  $W^+$ ,  $W^-$  i Z), jest grupa SU(5). Pojawiają się dwa nowe bozony cechowania, X i Y, które mogą mieszać ze sobą kwarki i leptony, zamieniając jedne w drugie. Oznacza to złamanie naszych „ściśłych” symetrii – zachowania liczby barionowej oraz liczb leptonowych. Jednak wielka unifikacja odbywałaby się w tak ogromnej skali energii, a bozony X i Y miałyby tak olbrzymią masę, że ich wpływ byłby bardzo krótkozasięgowy – łamanie ściśłych symetrii zostałoby „wytłumione”. Model SU(5) przewiduje również możliwość rozpadu protonu, jednak jak dotychczas nie udało się wykryć rozpadu tej super-trwałej cząstki. Obecne ograniczenie: czas życia protonu  $> 1.6 \times 10^{33}$  lat.

Model SU(5) wymagał podratowania obserwowanych nieściśłości poprzez dodanie do niego supermasywnych cząstek o masie 1-10 TeV/ $c^2$ . Został ostatecznie porzucony na rzecz jeszcze większych grup cechowania, np. SU(15), ale nade wszystko, popularnej teorii supersymetrii (SUSY), symetrii przekształcania bozonów w fermiony i na odwrót. Póki co, nie zaobserwowano supersymetrycznych odpowiedników w eksperymencie (charakterystyczne skale energii są ogromne, a zatem w naszym, „wystygłym” wszechświecie, ta symetria jest spontanicznie łamana). Trzeba zbudować potężniejsze akceleratory.



Na zdjęciu: Richard Feynman, twórca elektrodynamiki kwantowej oraz diagramów F. (str. 11).