

### Zadanie 1

Gilotyna do papieru o kształcie trapezu (kąąt przy skośnej powierzchni tnącej –  $30^\circ$ ) opada ze stałą prędkością  $v$  na leżącą pod nią poziomo kartkę papieru.

W jakim układzie odniesienia:

- ostrze gilotyny pozostaje w spoczynku?
- punkt styku gilotyny i kartki nie porusza się w czasie?
- kartka papieru ma tę samą energię kinetyczną co ostrze gilotyny ( $M$  – masa ostrza =  $10 \times$  masa kartki)?
- Z jaką mocą przecinana jest kartka papieru?
- Szerokość kartki wynosi  $d$ . Jaką pracę wykona gilotyna, rozcinając w poprzek całą kartkę?
- Ile wobec tego wynosi współczynnik liniowej spoistości (odporności na ścinanie,  $[N/m]$ ) kartki?
- Jeśli masa gilotyny byłaby ta sama, niezależnie od jej długości, to jak granicznie szerokiej kartki nie zdołałaby już przeciąć?
- Ile wynosi wówczas stosunek gęstości liniowych  $[kg/m]$  gilotyny do kartki?
- Z jakim granicznym wektorem prędkości należy ciągnąć kartkę, aby nie była ona przecinana przez ostrze?
- A z jakim, żeby była cięta 1.5 raza szybciej?

### Zadanie 2

Wagon o masie  $m = 3$  tony stacza się po pochyłym torowisku (pod kątem  $5^\circ$  do poziomu). Jego koła obracają się bez poślizgu, a osie – bez tarcia.

- Przyjmując, że średnica koła wynosi 30 cm, osi 3 cm, zaś oś i koła odlane są ze stali o gęstości  $8 \text{ g/cm}^3$ , policz moment bezładności, a następnie zależność częstości kołowej kół wagonu od czasu. Rozstaw torów wynosi 130 cm, a grubość koła to 2 cm.
- Policz, jaka będzie prędkość wagonu, gdy ustali się ona w wyniku działania oporów powietrza (współczynnik oporu wynosi  $0.5 \text{ Ns/m}$ ). Zakładamy, że wobec masy wagonu można zaniedbać obroty kół i osi, czyli potraktować wagon jako bryłę sztywną.
- Wagon ma 4 koła. Jaki błąd  $[w \ %]$  popełniamy, przyjmując powyższe założenie?

Odtąd (d-h) już zaniedbujemy opór powietrza.

- Chcemy uratować wagon, wysyłamy więc lokomotywę o masie  $M = 12$  ton od dołu torowiska. Zakładając, że siła szarpnięcia wagonu jest związana z różnicą jego pędu wytrwaną w ciągu każdej jednostki czasu = 1s przez lokomotywę, wyjaśnij, jak przy możliwie minimalnym szarpaniu można przy pomocy lokomotywy zatrzymać wagon.
- Jak szybko musi następować hamowanie, jeśli dostępna dla tego manewru trasa ma 5km długości?
- Z jak silnymi szarpnięciami będzie wówczas hamowany wagon? Jeśli jego wytrzymałość na zderzenia wynosi 2 kN, to czy zostanie on uszkodzony w wyniku procesu?
- Rozważ układ odniesienia, związany z hamującym wagonem. Lokomotywa wytwarzająca szarpnięcia, pozostaje w tym układzie w spoczynku wobec wagonu. Jakie siły działają na lokomotywę? (Lokomotywę traktujemy tu jako bryłę sztywną.)
- Gdyby wagon nie miał pomocy w postaci lokomotywy, to czy po stoczeniu się z całego torowiska (por. punkt e), byłby w stanie pokonać 440-metrowe wzniesienie? (Potraktuj wagon jako bryłę sztywną.)