***Gradient*** to wektor, a zarazem operator różniczkowy. W $\mathbb{R}^2$, będącej przestrzenią argumentów x,y funkcji dwóch zmiennych, dla bazy **i**, **j** (kartezjańskiego układu współrzędnych XOY) jest on dany formułą:

$$\nabla := [\partial / \partial x \ ; \ \partial / \partial y] \ .$$

Znak odwróconej delty, który symbolizuje gradient, czyta się „nabla". Jego współrzędne składają się z pierwszych pochodnych cząstkowych w kierunkach bazy układu współrzędnych (u nas: x i y). Dla Twoich potrzeb wystarczy, że będziesz rozumieć, iż nablą działasz na funkcję $f(x;y)$ i w efekcie otrzymujesz wektor (tak naprawdę to pole wektorowe). Jego wartość tak samo jak $f'$ zależy od miejsca – możesz podstawić do wyniku tej operacji współrzędne danego punktu $(x_0;y_0)$. Na przykład:

$$f(x;y) := x^2 y + x;$$

$$(x_0;y_0) := (2;5);$$

$$\nabla f(x;y) = [2x\,y+1;x^2]. \quad W\,punkcie\,(x_0;y_0)\ \ \nabla f = [21;4].$$

Wiedząc już, co oznaczają dla funkcji dwóch zmiennych jej pochodne cząstkowe po x i y, nie zdziwisz się słysząc, że gradient w danym punkcie pokazuje **kierunek największego wzrostu** funkcji w tym punkcie. Gradient zawsze ustawia się w kierunku, w którym funkcja będzie najbardziej stromo rosła.

Zwróć uwagę, że oznacza to, iż gradient jest zawsze **prostopadły** do linii **stałej** wartości funkcji, a zatem gdy masz warstwicę o współrzędnych $(x_0;y_0;W(f(x_0;y_0)))$ , gradient jest prostopadły do rzutu tej warstwicy na płaszczyznę xy (czyli na wysokości z = 0), ponieważ wzdłuż kierunku, w którym biegnie po zmiennych x;y warstwica, mamy najmniejszą (= zerową!) zmianę wartości funkcji.

Aby uzyskać odpowiedź, jaka jest zmiana wartości funkcji $f$ w kierunku dowolnego wektora $\hat{n}$ - o długości jednostkowej (symbol daszka oznacza właśnie normalizację do 1, czyli przeskalowanie wektora do długości 1; oczywiście robi się to tak: $\hat{n} = \vec{n} \ / \ |\vec{n}|$ ) - wystarczy pomnożyć skalarnie $\nabla \cdot \hat{n} = n_x \cdot \partial / \partial x \ + n_y \cdot \partial / \partial y$ i podziałać takim operatorem na funkcję w danym punkcie. Otrzymamy liczbę, określającą wzrost wartości funkcji w danym punkcie i w danym kierunku.

Operator nabla jest podstawowym operatorem różniczkowym w teorii pola. W szczególności, umożliwia sformułowanie równań Maxwella, które opisują rozchodzenie się w przestrzeni fal elektromagnetycznych, bez których znajomości nie byłoby wynalazku internetu :-)

Nb. aby otrzymać wektor (w $\mathbb{R}^2$ ) prostopadły do danego, wystarczy zamienić jego współrzędne miejscami i przy jednej z nich postawić minus. W ten sposób nabla może także szybko posłużyć do znalezienia takiego kierunku, w którym lokalnie funkcja zmienia się **najmniej.** Taki kierunek to oczywiście kierunek na płaszczyźnie x;y wzdłuż (rzutu) warstwicy.